

Автономная некоммерческая общеобразовательная организация «Школа 800»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного курса

«Решение олимпиадных задач по математике»

для обучающихся 5-8 классов

Нижний Новгород 2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Приоритетными целями обучения математике в 5-6 классах являются:

- продолжение формирования основных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, интереса к изучению математики;
- подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира;
- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические объекты в реальных жизненных ситуациях, применять освоенные умения для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать полученные результаты и оценивать их на соответствие практической ситуации.

Основные линии содержания курса математики в 5 классе – арифметическая и геометрическая, которые развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако, не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии. Также в курсе математики происходит знакомство с элементами алгебры и описательной статистики.

Алгебра и геометрия важные курсы основного общего образования: они обеспечивают изучение других дисциплин, как естественно-научного, так и гуманитарного циклов, их освоение необходимо для продолжения образования и в повседневной жизни. Развитие у обучающихся научных представлений о доказательстве утверждений, происхождении и сущности алгебраических абстракций, способе отражения математической наукой явлений и процессов в природе и обществе, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения и качеств мышления, необходимых для адаптации в современном цифровом обществе.

Ценность изучения геометрии на уровне основного общего образования заключается в том, что обучающийся учится проводить доказательные рассуждения, строить логические умозаключения, доказывать истинные утверждения и строить контрпримеры к ложным, проводить рассуждения «от противного», отличать свойства от признаков, формулировать обратные утверждения.

Изучение алгебры обеспечивает развитие умения наблюдать, сравнивать, находить закономерности, требует критичности мышления, способности аргументированно обосновывать свои действия и выводы, формулировать утверждения. Освоение курса алгебры обеспечивает развитие логического мышления обучающихся: они используют дедуктивные и индуктивные

рассуждения, обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию. Обучение алгебре предполагает значительный объем самостоятельной деятельности обучающихся, поэтому самостоятельное решение задач является реализацией деятельностного принципа обучения.

В структуре программы учебного курса «Решение олимпиадных задач по математике» для основного общего образования основное место занимают содержательно-методические линии: «Математическое моделирование», «Делимость», «Треугольники», «Функции», «Уравнения». В ходе изучения учебного курса обучающимся приходится логически рассуждать, использовать теоретико-множественный язык. В связи с этим в программу учебного курса «Решение задач повышенной сложности по алгебре и геометрии» включены некоторые основы логики, представленные во всех основных разделах математического образования и способствующие овладению обучающимися основ универсального математического языка.

В задачи обучения входят формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности; развитие алгоритмического мышления, необходимого для освоения курса информатики; овладение навыками дедуктивных рассуждений, развитие воображения, способностей к математическому творчеству; получение школьниками конкретных знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов, для формирования у учащихся представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры; формирование языка описания объектов окружающего мира для развития пространственного воображения и интуиции, математической культуры, для эстетического воспитания учащихся; изучение все о треугольниках (элементы, признаки равенства); решение геометрических задач на доказательства и вычисления; отработка навыка решения задач на построение с помощью циркуля и линейки; подготовка к дальнейшему изучению геометрии в последующих классах; формирование у учащихся умения воспринимать и анализировать информацию, представленную в различных формах.

Содержание функционально-графической линии нацелено на получение обучающимися знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов и явлений в природе и обществе. Изучение материала способствует развитию у обучающихся умения использовать различные выразительные средства языка математики – словесные, символические, графические, вносит вклад в формирование представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

На изучение учебного курса «Решение олимпиадных задач по математике» в 5 классе отводится 68 часов, в 6 классе – 34 часа, в 7 классе – 68 часов, в 8 классе – 68 часов.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

5 КЛАСС

Натуральные числа и нуль

Натуральное число. Ряд натуральных чисел. Число 0. Изображение натуральных чисел точками на координатной (числовой) прямой.

Сравнение натуральных чисел, сравнение натуральных чисел с нулём. Способы сравнения. Округление натуральных чисел.

Сложение натуральных чисел, свойство нуля при сложении. Вычитание как действие, обратное сложению. Умножение натуральных чисел, свойства нуля и единицы при умножении. Деление как действие, обратное умножению. Компоненты действий, связь между ними. Проверка результата арифметического действия. Переместительное и сочетательное свойства (законы) сложения и умножения, распределительное свойство (закон) умножения.

Делители и кратные числа, разложение на множители. Простые и составные числа. Признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9. Деление с остатком.

Степень с натуральным показателем. Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

Числовое выражение. Вычисление значений числовых выражений, порядок выполнения действий. Использование при вычислениях переместительного и сочетательного свойств (законов) сложения и умножения, распределительного свойства умножения.

Дроби

Обыкновенные дроби. Правильные и неправильные дроби. Смешанная дробь, представление смешанной дроби в виде неправильной дроби и выделение целой части числа из неправильной дроби. Изображение дробей точками на числовой прямой. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Приведение дроби к новому знаменателю. Сравнение дробей.

Сложение и вычитание дробей. Умножение и деление дробей, взаимно обратные дроби. Нахождение части целого и целого по его части.

Десятичная запись дробей. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной. Изображение десятичных дробей точками на числовой прямой. Сравнение десятичных дробей.

Арифметические действия с десятичными дробями.

Решение текстовых задач

Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение логических задач. Решение задач перебором всех возможных вариантов. Использование при решении задач таблиц и схем.

Решение задач, содержащих зависимости, связывающие величины: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость. Единицы измерения: массы, объёма, цены, расстояния, времени, скорости. Связь между единицами измерения каждой величины.

Решение основных задач на дроби.

Представление данных в виде таблиц, столбчатых диаграмм.

Наглядная геометрия

Наглядные представления о фигурах на плоскости: точка, прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Угол. Прямой, острый, тупой и развёрнутый углы.

Длина отрезка, метрические единицы длины. Длина ломаной, периметр многоугольника. Измерение и построение углов с помощью транспортира.

Наглядные представления о фигурах на плоскости: многоугольник, прямоугольник, квадрат, треугольник, о равенстве фигур.

Изображение фигур, в том числе на клетчатой бумаге. Построение конфигураций из частей прямой, окружности на нелинованной и клетчатой бумаге. Использование свойств сторон и углов прямоугольника, квадрата.

Площадь прямоугольника и многоугольников, составленных из прямоугольников, в том числе фигур, изображённых на клетчатой бумаге. Единицы измерения площади.

Наглядные представления о пространственных фигурах: прямоугольный параллелепипед, куб, многогранники. Изображение простейших многогранников. Развёртки куба и параллелепипеда. Создание моделей многогранников (из бумаги, проволоки, пластилина и других материалов).

Объём прямоугольного параллелепипеда, куба. Единицы измерения объёма.

6 КЛАСС

Натуральные числа

Арифметические действия с многозначными натуральными числами. Числовые выражения, порядок действий, использование скобок. Использование при вычислениях переместительного и сочетательного свойств сложения и умножения, распределительного свойства умножения. Округление натуральных чисел.

Делители и кратные числа, наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком.

Дроби

Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Сравнение и упорядочивание дробей. Решение задач на нахождение части от целого и целого по его части. Дробное число как результат деления. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и возможность представления обыкновенной дроби в виде десятичной. Десятичные дроби и метрическая система мер. Арифметические действия и числовые выражения с обыкновенными и десятичными дробями.

Отношение. Деление в данном отношении. Масштаб, пропорция. Применение пропорций при решении задач.

Понятие процента. Вычисление процента от величины и величины по её проценту. Выражение процентов десятичными дробями. Решение задач на проценты. Выражение отношения величин в процентах.

Положительные и отрицательные числа

Положительные и отрицательные числа. Целые числа. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Изображение чисел на координатной прямой. Числовые промежутки. Сравнение чисел. Арифметические действия с положительными и отрицательными числами.

Прямоугольная система координат на плоскости. Координаты точки на плоскости, абсцисса и ордината. Построение точек и фигур на координатной плоскости.

Буквенные выражения

Применение букв для записи математических выражений и предложений. Свойства арифметических действий. Буквенные выражения и числовые подстановки. Буквенные равенства, нахождение неизвестного компонента. Формулы, формулы периметра и площади прямоугольника, квадрата, объёма параллелепипеда и куба.

Решение текстовых задач

Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение логических задач. Решение задач перебором всех возможных вариантов.

Решение задач, содержащих зависимости, связывающих величины: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объём работы. Единицы измерения: массы, стоимости, расстояния, времени, скорости. Связь между единицами измерения каждой величины.

Решение задач, связанных с отношением, пропорциональностью величин, процентами; решение основных задач на дроби и проценты.

Оценка и прикидка, округление результата. Составление буквенных выражений по условию задачи.

Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Столбчатые диаграммы: чтение и построение. Чтение круговых диаграмм.

Наглядная геометрия

Наглядные представления о фигурах на плоскости: точка, прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, четырёхугольник, треугольник, окружность, круг.

Взаимное расположение двух прямых на плоскости, параллельные прямые, перпендикулярные прямые. Измерение расстояний: между двумя точками, от точки до прямой, длина маршрута на квадратной сетке.

Измерение и построение углов с помощью транспортира. Виды треугольников: остроугольный, прямоугольный, тупоугольный, равнобедренный, равносторонний. Четырёхугольник, примеры четырёхугольников. Прямоугольник, квадрат: использование свойств сторон, углов, диагоналей. Изображение геометрических фигур на нелинованной бумаге с использованием циркуля, линейки, угольника, транспортира. Построения на клетчатой бумаге.

Периметр многоугольника. Понятие площади фигуры, единицы измерения площади. Приближённое измерение площади фигур, в том числе на квадратной сетке. Приближённое измерение длины окружности, площади круга.

Симметрия: центральная, осевая и зеркальная симметрии.

Построение симметричных фигур.

Наглядные представления о пространственных фигурах: параллелепипед, куб, призма, пирамида, конус, цилиндр, шар и сфера. Изображение пространственных фигур. Примеры развёрток многогранников, цилиндра и конуса. Создание моделей пространственных фигур (из бумаги, проволоки, пластилина и других материалов).

Понятие объёма, единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда, куба.

7 КЛАСС

Математическое моделирование

Математическая модель реальной задачи и основные требования к ней. Алгоритм решения задач методом моделирования. Моделирование условий задач с помощью схем, рисунков, таблиц и алгебраических соотношений. Решение полученной математической модели.

Делимость

Делимость натуральных чисел для решения практических задач. Применение признаков делимости, разложение на множители натуральных чисел. Делители и кратные натуральных чисел. Алгоритм Евклида для нахождения НОД натуральных чисел.

Треугольники

Признаки равенства треугольников. Применение признаков равенства треугольников при решении задач. Решение задач по готовым чертежам. Равносторонний треугольник.

Функции

Понятие функции. График функции. Свойства функций. Линейная функция, её график. График функции $y = |x|$. Графическое решение линейных уравнений и систем линейных уравнений.

Уравнения

Линейное уравнение с одной переменной, число корней линейного уравнения, решение линейных уравнений.

Линейное уравнение, содержащее модуль.

Решение задач

Решение текстовых задач с помощью уравнений. Решение текстовых задач на прямую пропорциональность.

Неравенства и системы неравенств

Линейные неравенства. Числовые промежутки на числовой прямой. Запись решений неравенств. Системы линейных неравенств с одной переменной.

8 КЛАСС

Равнобедренный треугольник. Треугольник. Вспомогательные треугольники. Равнобедренный треугольник, составленный из равнобедренных треугольников. Соотношения в треугольнике.

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Теоремы о пересечении высот, медиан и биссектрис треугольника. Подобие треугольников. Центральное подобие.

Многоугольники. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники. Произвольные четырехугольники. Подобные многоугольники. Длина окружности и площадь круга. Связь между площадями подобных фигур.

Подобие треугольников. Применение свойств подобных треугольников при решении геометрических задач.

Линейные уравнения. и их системы. Различные приемы преобразования линейных уравнений и их систем. Построение математической модели при решении сюжетных задач. Уравнения с модулем.

Квадратные корни. Приемы упрощения иррациональных выражений.

Квадратные уравнения и системы нелинейных уравнений. Различные подходы к решению уравнений, сводящихся к квадратным и их систем. Построение математической модели при решении сюжетных задач. Уравнения с модулем. Уравнения с параметром.

Линейные и квадратные неравенства и их системы. Метод интервалов при решении алгебраических и дробно-рациональных неравенств.

Функции. Способы задания функций. Свойства функций. Построение и исследование графиков кусочно-заданных функций

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность),

сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства

математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;

- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в **5 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления. Сравнить и упорядочивать натуральные числа, сравнивать в простейших случаях обыкновенные дроби, десятичные дроби. Соотносить точку на координатной (числовой) прямой с соответствующим ей числом и изображать натуральные числа точками на координатной (числовой) прямой. Выполнять арифметические действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями в простейших случаях.

Решение текстовых задач. Решать текстовые задачи арифметическим способом и с помощью организованного конечного перебора всех возможных вариантов. Решать задачи, содержащие зависимости, связывающие величины: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость.

Наглядная геометрия. Изображать изученные геометрические фигуры на нелинованной и клетчатой бумаге с помощью циркуля и линейки. Находить длины отрезков непосредственным измерением с помощью линейки, строить отрезки заданной длины; строить окружность заданного радиуса. Использовать свойства сторон и углов прямоугольника, квадрата для их построения, вычисления площади и периметра. Вычислять периметр и площадь квадрата, прямоугольника, фигур, составленных из прямоугольников. Пользоваться основными метрическими единицами измерения длины, площади; выражать одни единицы величины через другие. Распознавать параллелепипед, куб, использовать терминологию: вершина, ребро, грань, измерения, находить измерения параллелепипеда, куба. Вычислять объём куба, параллелепипеда по заданным измерениям, пользоваться единицами измерения объёма.

К концу обучения в **6 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления. Сравнить и упорядочивать целые числа, обыкновенные и десятичные дроби, сравнивать числа одного и разных знаков. Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с натуральными и целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями, положительными и отрицательными числами. Соотносить точку на координатной прямой с соответствующим ей числом и изображать числа точками на координатной прямой, находить модуль числа. Округлять целые числа и десятичные дроби, находить приближения чисел.

Числовые и буквенные выражения. Пользоваться признаками делимости, раскладывать натуральные числа на простые множители. Пользоваться масштабом, составлять пропорции и отношения. Использовать буквы для обозначения чисел при записи математических выражений, составлять буквенные выражения и формулы, находить значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

Решение текстовых задач. Решать многошаговые текстовые задачи арифметическим способом. Решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, процентами, решать три основные задачи на дроби и проценты.

Решать задачи, содержащие зависимости, связывающие величины: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объём работы, используя арифметические действия, оценку, прикидку, пользоваться единицами измерения соответствующих величин.

Извлекать информацию, представленную в таблицах, на линейной, столбчатой или круговой диаграммах, интерпретировать представленные данные, использовать данные при решении задач.

Наглядная геометрия. Пользоваться геометрическими понятиями: равенство фигур, симметрия, использовать терминологию, связанную с симметрией: ось симметрии, центр симметрии. Находить величины углов измерением с помощью транспортира, строить углы заданной величины, пользоваться при решении задач градусной мерой углов, распознавать на чертежах острый, прямой, развёрнутый и тупой углы. Вычислять длину ломаной, периметр многоугольника, пользоваться единицами измерения длины, выражать одни единицы измерения длины через другие. Вычислять площадь фигур, составленных из прямоугольников, использовать разбиение на прямоугольники, на равные фигуры, достраивание до прямоугольника, пользоваться основными единицами измерения площади, выражать одни единицы измерения площади через другие.

К концу обучения в **7 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Математическое моделирование. Использовать алгоритм решения задач методом моделирования. Анализировать и осмысливать текст задачи, переформулировать условие задачи. Извлекать необходимую информацию из условия задачи. Моделировать условие задачи с помощью схем, рисунков, таблиц и алгебраических соотношений. Переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения, сводящегося к линейному. Находить решение полученной математической модели. Интерпретировать результат и критически оценивать полученный ответ.

Делимость. Использовать делимость натуральных чисел для решения практических задач. Находить делители и кратные натуральных чисел. Применять определения простого и составного чисел для решения практических задач. Проводить классификацию натуральных чисел. Раскладывать числа на простые множители. Использовать алгоритм Евклида для нахождения НОД натуральных чисел.

Треугольники. Выполнять построение треугольника, его медианы, биссектрисы и высоты. Доказывать и применять к решению задач признаки равенства треугольников. Доказывать и применять при решении задач признаки равнобедренного треугольника.

Функции. Определять область определения и область значения функции. Задавать функции разными способами. Составлять формулы, выражающие функциональную зависимость между величинами, вычислять значение функции по формуле. Распознавать прямую пропорциональную зависимость, линейную функцию. Распознавать кусочно-линейную функцию. Строить график кусочно-линейной функции.

Уравнения. Решать линейные уравнения с одной переменной. Представлять общее решение линейного уравнения с двумя переменными различными способами. Решать линейные уравнения с одной переменной, содержащие модуль.

Решение задач. Решать текстовые задачи на прямую пропорциональную зависимость (в том числе с контекстом из смежных дисциплин, из реальной жизни).

Неравенства и системы неравенств. Решать линейные неравенства. Изображать числовые промежутки на числовой прямой и обозначать их при записи решения неравенства. Решать системы линейных неравенств с одной переменной.

К концу обучения в **8 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Распознавать основные виды четырёхугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач. Применять свойства точки пересечения медиан треугольника (центра масс) в решении задач.

Владеть понятием средней линии треугольника и трапеции, применять их свойства при решении геометрических задач. Пользоваться теоремой Фалеса и теоремой о пропорциональных отрезках, применять их для решения практических задач. Применять признаки подобия треугольников в решении геометрических задач.

Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Владеть понятиями синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Пользоваться этими понятиями для решения практических задач.

Вычислять (различными способами) площадь треугольника. Владеть понятием описанного четырёхугольника, применять свойства описанного четырёхугольника при решении задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Натуральные числа. Действия с натуральными числами	13	0	0	
2	Наглядная геометрия. Свойства геометрических фигур	9	0	0	
3	Алгоритмические задачи	3	0	0	
4	Логические задачи	5	0	0	
5	Буквенные выражения, формулы и уравнения.	5	0	0	
6	Задачи на движение	9	0	0	
7	Задачи с дробями и процентами	7	0	0	
8	Комбинаторика	7	0	0	
9	Решение олимпиадных задач	8	0	0	
10	Математические игры	2	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68	0	0	

6 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Задачи с дробями и процентами. Задачи на действия с дробями и процентами.	4	0	0	
2	Магия чисел. Признаки делимости. Остатки	8	0	0	
3	Скорость, расстояние, время и таинственные соотношения между ними	2	0	0	
4	Математическая логика	3	0	0	
5	Задачи на части и отношения.	2	0	0	
6	Геометрия при и решении практических задач	5	0	0	
7	Нестандартные задачи.	3	0	0	
8	Модуль	2	0	0	
9	Диаграммы и таблицы.	3	0	0	
10	Координатная прямая. Координатная плоскость	2	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	0	

7 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Математическое моделирование	6	1	0	
2	Делимость	6	1	0	
3	Треугольники	11	0	0	
4	Функция	13	1	0	
5	Решение задач	18	1	0	
6	Неравенства и системы неравенств	12	0	0	
7	Повторение и обобщение	2	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68	4	0	

8 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Треугольник. Равнобедренный треугольник.	8	0	0	
2	Линейные уравнения и их системы	6	0	1	
3	Квадратные корни	3	0	0	
4	Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	4	0	0	
5	Многоугольники. Площади многоугольников. Теорема Пифагора	8	0	1	
6	Квадратные уравнения и системы нелинейных уравнений	10	0	1	
7	Подобие треугольников	6	0	0	
8	Линейные и квадратные неравенства и их системы	10	0	1	
9	Функции	9	0	0	
10	Повторение и обобщение	4	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68	0	4	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Разные системы счисления	1	0	0	
2	Разные системы счисления	1	0	0	
3	Законы арифметических действий	1	0	0	
4	Сложение и вычитание без столбика	1	0	0	
5	Умножение и деление без столбика	1	0	0	
6	Вычисления рациональным способом	1	0	0	
7	Сравнение и округление чисел	1	0	0	
8	Арифметические задачи	1	0	0	
9	Арифметические задачи	1	0	0	
10	Задачи, решаемые с конца	1	0	0	
11	Деление с остатком	1	0	0	
12	Числовые ребусы	1	0	0	
13	Занимательные головоломки	1	0	0	
14	Свойства геометрических фигур	1	0	0	

15	Задачи на разрезание	1	0	0	
16	Задачи на разрезание	1	0	0	
17	Периметр	1	0	0	
18	Площадь клетчатых фигур	1	0	0	
19	Головоломки со спичками	1	0	0	
20	Куб и его развертки	1	0	0	
21	Задачи с кубиками	1	0	0	
22	Разные геометрические задачи	1	0	0	
23	Задачи на переливание	1	0	0	
24	Задачи на переправы	1	0	0	
25	Задачи на взвешивание	1	0	0	
26	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
27	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
28	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
29	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
30	Математическая игра	1	0	0	
31	Логика. Высказывания	1	0	0	
32	Логика. Высказывания	1	0	0	
33	Логические задачи	1	0	0	
34	Логические задачи	1	0	0	
35	Логические задачи	1	0	0	
36	Буквенные выражения и формулы	1	0	0	
37	Буквенные выражения и формулы	1	0	0	

38	Уравнения	1	0	0	
39	Решение задач с помощью уравнений	1	0	0	
40	Решение задач с помощью уравнений	1	0	0	
41	Задачи на движение. Формула	1	0	0	
42	Описание движения с помощью формул	1	0	0	
43	Совместное движение	1	0	0	
44	Встречное движение и движение в противоположных направлениях	1	0	0	
45	Движение вдогонку и с отставанием	1	0	0	
46	Движение по реке	1	0	0	
47	Движение по окружности	1	0	0	
48	Средняя скорость	1	0	0	
49	Разные задачи на движение	1	0	0	
50	Задачи на дроби	1	0	0	
51	Задачи на дроби	1	0	0	
52	Задачи на проценты	1	0	0	
53	Задачи на проценты	1	0	0	
54	Задачи на проценты	1	0	0	
55	Задачи на совместную работу	1	0	0	
56	Задачи на совместную работу	1	0	0	

57	Множества	1	0	0	
58	Множества	1	0	0	
59	Комбинаторика	1	0	0	
60	Комбинаторика	1	0	0	
61	Комбинаторика	1	0	0	
62	Вероятность случайных событий	1	0	0	
63	Вероятность случайных событий	1	0	0	
64	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
65	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
66	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
67	Решение олимпиадных задач	1	0	0	
68	Математическая игра	1	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68	0	0	

6 КЛАСС

№ п/ п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Три основные задачи на дроби и проценты	1	0	0	
2	Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности	1	0	0	
3	Задачи на нахождение чисел по сумме и отношению с использованием дробей и процентов	1	0	0	
4	Решение задач на проценты практического с о - держания	1	0	0	
5	Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10	1	0	0	
6	Признаки делимости на 11, 12, 15, 18, 25	1	0	0	
7	Решение задач с использованием признаков делимости	1	0	0	
8	Понятие простого числа. Удобный способ отыскания	1	0	0	

	простых чисел (“решето Эратосфена”)				
9	Евклид о простых числах. Простые числа Мерсенна. Числа близнецы	1	0	0	
10	НОД. Решение задач	1	0	0	
11	НОК. Решение задач	1	0	0	
12	Решение задач с использованием признаков делимости. Интересные свойства чисел.	1	0	0	
13	Различные способы решения задач на движение	1	0	0	
14	Различные способы решения задач на движение	1	0	0	
15	Понятие высказывания как предложения, о котором можно сказать – истинно оно или ложно. Построение отрицательных высказываний, особенно со словами “каждый”, “любой”, “хотя бы один” и т. д.	1	0	0	
16	Методы решения логических задач с помощью применения таблиц и с помощью рассуждения	1	0	0	

17	Объяснение данных методов на примере решения задач. Решение логических задач матричным способом. Решение олимпиадных задач.	1	0	0	
18	Разбор, анализ, методы решения задач на части и отношения.	1	0	0	
19	Решение задач на составление уравнения. Практикум-исследование решения задач на составление уравнения.	1	0	0	
20	Пропедевтика геометрических знаний. Восприятие формы, величины, умение концентрировать внимание и воображение	1	0	0	
21	Геометрические построения	1	0	0	
22	Исторические сведения о развитии геометрии. Геометрические узоры и паркеты. Правильные фигуры.	1	0	0	
23	Кратчайшие расстояния. Геометрические задачи и игры	1	0	0	

24	Решение геометрических задач с практическим содержанием Объемы и площади	1	0	0	
25	Решение задач повышенного уровня сложности	1	0	0	
26	Решение нестандартных задач	1	0	0	
27	Решение нестандартных задач и задач повышенного уровня сложности	1	0	0	
28	Решение задач на умение оперировать понятием модуль числа.	1	0	0	
29	Решение задач на умение оперировать понятием модуль числа.	1	0	0	
30	Диаграммы	1	0	0	
31	Диаграммы	1	0	0	
32	Таблицы	1	0	0	
33	Координатная прямая	1	0	0	
34	Координатная плоскость	1	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	0	

7 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольн ые работы	Практическ ие работы	
1	Математическая модель реальной задачи	1	1	0	
2	Основные требования к математической модели	1	0	0	
3	Математическая модель и основные требования к ней	1	0	0	
4	Математическая модель и основные требования к ней	1	0	0	
5	Математическая модель и основные требования к ней	1	0	0	
6	Контрольная работа №1	1	1	0	
7	Делимость чисел и её свойства	1	1	0	
8	Простые числа	1	0	0	
9	Делимость чисел и её свойства. Простые числа	1	0	0	
10	Делимость чисел и её свойства. Простые числа	1	0	0	
11	Деление с остатком	1	0	0	
12	Контрольная работа №2	1	1	0	

13	Равнобедренный треугольник и его свойства	1	0	0	
14	Равносторонний треугольник	1	0	0	
15	Равные треугольники. Высота, медиана, биссектриса треугольника	1	0	0	
16	Равные треугольники. Высота, медиана, биссектриса треугольника	1	0	0	
17	Равные треугольники. Высота, медиана, биссектриса треугольника	1	0	0	
18	Признаки равенства треугольников	1	0	0	
19	Признаки равенства треугольников	1	0	0	
20	Признаки равенства треугольников	1	0	0	
21	Признаки равенства треугольников	1	0	0	
22	Признаки равенства треугольников	1	0	0	
23	Задачи для самоконтроля по теме «Треугольники»	1	0	0	
24	Прямая пропорциональность и её график	1	0	0	
25	Линейная функция и её график	1	0	0	
26	Кусочно-линейные функции	1	0	0	
27	Линейные и кусочно-линейные функции	1	0	0	

28	Функция, содержащая модуль	1	1	0	
29	Функция, содержащая модуль	1	0	0	
30	Функция, содержащая модуль	1	0	0	
31	Линейные уравнения и их решение	3	0	0	
32	Решение линейных уравнений с модулями	1	0	0	
33	Решение линейных уравнений с модулями	1	0	0	
34	Контрольная работа №3	1	1	0	
35	Прямоугольный треугольник	1	0	0	
36	Свойства прямоугольного треугольника	1	0	0	
37	Свойства прямоугольного треугольника	1	0	0	
38	Свойства прямоугольного треугольника	1	0	0	
39	Свойства прямоугольного треугольника	1	0	0	
40	Решение практических задач по геометрии	2	1	0	
41	Решение практических задач по геометрии	2	0	0	
42	Решение олимпиадных задач по геометрии	2	0	0	

43	Решение олимпиадных задач по геометрии	1	0	0	
44	Решение олимпиадных задач по геометрии	1	0	0	
45	Решение задач на построение	1	0	0	
46	Решение задач на построение	1	0	0	
47	Решение задач на построение	1	0	0	
48	Решение задач на построение	1	0	0	
49	Контрольная работа №4	1	1	0	
50	Линейные неравенства и их решение	1	0	0	
51	Линейные неравенства и их решение	1	0	0	
52	Линейные неравенства и их решение	1	0	0	
53	Линейные неравенства и их решение	1	0	0	
54	Задачи для самоконтроля по теме «Линейные неравенства и их решение»	4	0	0	
55	Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной	1	0	0	
56	Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной	1	0	0	

57	Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной	1	0	0	
58	Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной	1	0	0	
59	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
60	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
61	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
62	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
63	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
64	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
65	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
66	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
67	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
68	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	

ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	68	4	0	
-------------------------------------	----	---	---	--

8 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольн ые работы	Практическ ие работы	
1	Треугольники и их свойства. Вспомогательные треугольники.	1	0	0	
2	Треугольники и их свойства. Вспомогательные треугольники.	1	0	0	
3	Треугольники и их свойства. Вспомогательные треугольники.	1	0	0	
4	Равнобедренный треугольник, составленный из равнобедренных треугольников.	1	0	0	
5	Равнобедренный треугольник, составленный из равнобедренных треугольников.	1	0	0	
6	Соотношения в треугольнике.	1	0	0	
7	Соотношения в треугольнике.	1	0	0	
8	Соотношения в треугольнике.	1	0	0	
9	Уравнения, сводящиеся к линейным. Уравнения с модулем	1	0	0	
10	Уравнения, сводящиеся к линейным. Уравнения с модулем	1	0	0	

11	Системы линейных уравнений, системы с модулем	1	0	1	
12	Системы линейных уравнений, системы с модулем	1	0	0	
13	Построение математической модели при решении сюжетных задач.	1	0	0	
14	Построение математической модели при решении сюжетных задач.	1	0	0	
15	Приемы упрощения иррациональных выражений	1	0	0	
16	Приемы упрощения иррациональных выражений	1	0	0	
17	Приемы упрощения иррациональных выражений	1	0	0	
18	Свойства медиан, биссектрис и высот треугольника	1	0	0	
19	Свойства медиан, биссектрис и высот треугольника	1	0	0	
20	Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника	1	0	0	
21	Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника	1	0	0	
22	Параллелограмм и трапеция	1	0	0	
23	Параллелограмм и трапеция	1	0	0	
24	Площади многоугольников	1	0	1	
25	Площади многоугольников	1	0	0	
26	Решение задач на нахождение площади многоугольников	1	0	0	

27	Решение задач на нахождение площади многоугольников	1	0	0	
28	Применение теоремы Пифагора при решении задач	1	0	0	
29	Применение теоремы Пифагора при решении задач	1	0	0	
30	Различные подходы к решению уравнений, сводящихся к квадратным	1	0	0	
31	Различные подходы к решению уравнений, сводящихся к квадратным	1	0	0	
32	Решение систем нелинейных уравнений	1	0	0	
33	Решение систем нелинейных уравнений	1	0	0	
34	Решение дробно-рациональных уравнений	1	0	0	
35	Решение дробно-рациональных уравнений	1	0	0	
36	Решение дробно-рациональных уравнений	1	0	0	
37	Построение математической модели при решении сюжетных задач.	1	0	0	
38	Построение математической модели при решении сюжетных задач.	1	0	0	
39	Построение математической модели при решении сюжетных задач.	1	0	0	

40	Задачи на подобие треугольников	1	0	0	
41	Задачи на подобие треугольников	1	0	0	
42	Задачи на подобие треугольников	1	0	0	
43	Теоремы об отношениях в подобных треугольниках	1	0	0	
44	Теоремы об отношениях в подобных треугольниках	1	0	0	
45	Теоремы об отношениях в подобных треугольниках	1	0	0	
46	Решение линейных неравенств и их систем	1	0	0	
47	Решение линейных неравенств и их систем	1	0	0	
48	Решение линейных неравенств и их систем	1	0	0	
49	Метод интервалов при решении алгебраических неравенств	1	0	0	
50	Метод интервалов при решении алгебраических неравенств	1	0	0	
51	Метод интервалов при решении алгебраических неравенств	1	0	0	
52	Метод интервалов при решении дробно-рациональных неравенств	1	0	0	
53	Метод интервалов при решении дробно-рациональных неравенств	1	0	0	
54	Метод интервалов при решении дробно-рациональных неравенств	1	0	0	

55	Метод интервалов при решении дробно-рациональных неравенств	1	0	0	
56	Функция. Способы задания функций	1	0	0	
57	Функция. Способы задания функций	1	0	0	
58	Свойства функций	1	0	0	
59	Свойства функций	1	0	0	
60	Построение и исследование графиков кусочно-заданных функций	1	0	0	
61	Построение и исследование графиков кусочно-заданных функций	1	0	0	
62	Построение и исследование графиков кусочно-заданных функций	1	0	0	
63	Построение и исследование графиков кусочно-заданных функций	1	0	0	
64	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
65	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
66	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	

67	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
68	Обобщение и систематизация знаний	1	0	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68	0	0	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

1. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Математика. – М.: Просвещение, 2022
2. Дорофеев Г. В., Петерсон Л. Г. Математика (в 2 частях) 5 класс. – М.: Просвещение, 2022
3. Математика, 6 класс/ Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под редакцией Подольского В.Е., Общество с ограниченной ответственностью Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ»; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
4. Л.Г. Петерсон, Д.Л. Абраров, Е.В. Чуткова. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных. Учебник для 7 класса. Части 1, 2, 3. – М.: Издательство «Ювента».
5. «Алгебра, 8 класс. Углубленный уровень», А.Г.Мерзляк, Москва, «Просвещение», 2022

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Математика. – М.: Просвещение, 2022
2. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика 5 класс. Методическое пособие. – М.: Просвещение, 2022
3. Дорофеев Г. В., Петерсон Л. Г. Математика (в 2 частях) 5 класс. – М.: Просвещение, 2022
4. Кубышева М. А., Рогатова М. В., Грушевская Л. А., Петерсон Л. Г. Математика 5 класс. Методические рекомендации к учебнику – М.: Бином, 2020
5. Фарков А. В. Математические олимпиады. 5-6 классы. – М.: Экзамен, 2023
Математика. Наглядная геометрия 6 класс/ Ходот Т.Г., Ходот А.Ю., Велиховская В.Л., Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
6. Математика: 6-й класс: базовый уровень: учебник: в 2 частях, 6 класс/ Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. и другие, Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
7. Математика, 6 класс/ Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и другие, Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

8. Математика, 6 класс/ Ткачева М.В., Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
9. Петерсон Л.Г., Грушевская Л.А. Алгебра. 7 класс. Самостоятельные и контрольные работы
10. «Решение задач повышенной сложности по геометрии. 7-9 классы», авт. В.В.Прасолов, Москва «Просвещение», 2022 г.
11. «Математика. Алгебра, 8 класс», Л.Г.Петерсон, Москва, «Просвещение», 2023
12. Прасолов В.: Геометрия. 7-9 классы. Решение задач повышенной сложности. Учебное пособие.